ВЛИЯНИЕ КРИВИЗНЫ И ПОПЕРЕЧНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПУЛЬСАЦИОННУЮ СТРУКТУРУ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ

Теоретическому исследованию пространственных течений в условиях воздействию сильного магнитного поля посвящены множество работ. Примером пространственных течений может быть течение жидкости в изогнутых трубах. Как известно, без магнитного поля потери давления и скоростная структура потока на участке поворота в сильной мере определяются такими явлениями, как отрыв потока и вторичные течения жидкости, вызванные центробежными силами инерции. В магнитном поле структура потока проводящей жидкости существенно изменяется и зависит от величины и ориентации магнитного поля по отношению к плоскости поворота. При этом в магнитном поле роль сил инерции в общем балансе сил может оказаться пренебрежимо малой. Однако численные и экспериментальные исследования показали, что в сильном магнитном поле на участке поворота формируются узкие сдвиговые слои, скорость и градиенты скорости в которых велики и резко изменяются на сравнительно коротких участках. Это может привести к тому, что роль конвективного переноса импульса в балансе сил станет значительной.

В настоящем разделе построена полуэмпирическая модель турбулентного сдвигового течения проводящей жидкости в канале со слабой кривизной $\frac{H}{R} << 1$. Рассмотрим полностью развитое турбулентное течение несжимаемой проводящей жидкости в канале с постоянной кривизной. Как и в предыдущих разделах, основой модели будет уравнения одноточечных моментов второго порядка полей скорости, записанных для чисто сдвигового развитого турбулентного течения, замкнутого на основе полуэмпирических гипотез Колмогорова-Ротта. С учетом сил магнитного поля и центробежных сил, вызванных кривизной канала система уравнений примеет вид

$$\overline{u_j u_k}\frac{\partial U_i}{\partial x_k}+\overline{u_i u_k}\frac{\partial U_j}{\partial x_k}+k\frac{\sqrt{E}}{l}\left(\overline{u_i u_j}-\frac{2}{3}\delta_{ij}E\right)+\frac{2}{3}c\delta_{ij}\frac{E^{3/2}}{l}+ \qquad (1)$$

$$+\frac{U_1}{R}\delta_{3i}\overline{u_1 u_j}-\frac{U_1}{R}\delta_{1i}\overline{u_3 u_j}+\frac{\alpha_* \sigma}{\rho}(2\overline{u_i u_j}\mathrm{B}_s\mathrm{B}_s-\overline{u_i u_s}\mathrm{B}_j\mathrm{B}_s-\overline{u_j u_s}\mathrm{B}_i\mathrm{B}_s)=0$$

Решение уравнений (1) представляется в виде двух сомножителей, первый из которых совпадает с выражением соответствующей величины в однородной среде, а второй учитывает влияние центробежных сил и сил магнитных полей одновременно, связанных с кривизной потока и наличием поперечных магнитных полей

$$u_2^{\;2}=\frac{2}{3}\left(1-\frac{c}{k}\right)\frac{1}{c^{2/3}}l^2\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2\cdot\Omega_1 \qquad \Omega_1=\psi^2$$

$$-u_1u_3=l^2\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2\cdot\Omega_2$$

$$\Omega_2=\frac{\psi^3(1+De)}{\left(\psi^2+3\sqrt{\eta}\cdot St\cdot\psi+2\eta\cdot St^2-6\eta\cdot De+4\eta\cdot De^2\right)}$$

$$u_3^{\;2}=\frac{2}{3}\left(1-\frac{c}{k}\right)\frac{1}{c^{2/3}}l^2\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2\cdot\Omega_3 \qquad (2)$$

$$\Omega_3=\frac{\psi^3\left(\psi^2+3\sqrt{\eta}\cdot St\cdot\psi+2\eta\cdot St^2-8\eta\cdot De+2\eta\cdot De^2\right)}{\left(\psi+\sqrt{\eta}\cdot St\right)\cdot\left(\psi^2+3\sqrt{\eta}\cdot St\cdot\psi+2\eta\cdot St^2-6\eta\cdot De+4\eta\cdot De^2\right)}$$

$$u_1^{\ 2} = \frac{2}{3}\left(1 + 2\frac{c}{k}\right)\frac{1}{c^{2/3}} l^2 \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2 \cdot \Omega_4$$

$$\Omega_4 = \frac{\psi^2\left(r \cdot \psi + m\sqrt{\eta} \cdot St\right) \cdot \Psi - 2p \cdot \eta \cdot \psi(1 + De)}{r \cdot \left(\psi + \sqrt{\eta} \cdot St\right) \cdot \Psi}$$

$$\Psi = \psi^2 + 3\sqrt{\eta} \cdot St \cdot \psi + 2\eta \cdot St^2 - 6\eta \cdot De + 4\eta \cdot De^2$$

$$E = \frac{1}{c^{2/3}} l^2 \left[\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_2}{\partial x_3}\right)^2\right] \cdot \psi^2$$

$$\psi = -\left[\sqrt{\eta} \cdot St + \frac{m \cdot St}{6c^{2/3}}\right] + \left(\sqrt{\Phi} - \Theta\right)^{1/3} - \left(\sqrt{\Phi} + \Theta\right)^{1/3}$$

$$\Theta = \left(\frac{\omega}{3}\right)^3 - \frac{\omega\zeta}{6} + \frac{\phi}{2} \qquad \Phi = \Theta^2 + \left(\frac{\zeta}{3} - \frac{\omega^2}{9}\right)^3$$

$$\omega = 3\sqrt{\eta} \cdot St + \frac{m}{2c^{2/3}} St$$

$$\zeta = \left(2\eta + \frac{3m \cdot \sqrt{\eta}}{2c^{2/3}}\right) \cdot St^2 - \left(6\eta + \frac{2}{3}\right) \cdot De + \left(4\eta - \frac{1}{2}\right) \cdot De^2 - 1$$

$$\phi = \frac{m \cdot \eta}{c^{2/3}} St \cdot \left(St^2 - 3De + 2De^2\right)$$

безразмерный локальный параметр кривизны

$$De = \frac{U_1 / R}{\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)}$$

безразмерное число Стюарта

$$St = \frac{\alpha_* \sigma \mathrm{B}^2 / \rho}{\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)}$$

$$k = \sqrt{\frac{c}{k}\left[\frac{2}{3}\left(\frac{k}{c} - 1\right)\right]^{3/4}}, \quad \mathrm{c} = \left(\frac{c}{k}\right)^{3/2}\left[\frac{2}{3}\left(\frac{k}{c} - 1\right)\right]^{3/4}$$

$$p = \frac{2}{3}\left(1 - \frac{c}{k}\right), \quad \sqrt{\eta} = \frac{p}{k^2}, \quad m = 2 - p, \quad r = m - p$$

Полученная модель турбулентности позволяет замкнуть основные уравнения для движения и рассчитать приближенно пульсационные характеристики течения проводящей жидкости в поперечном магнитном поле в слабо искривленных каналах. Как видно из (2) для модели не требуется дополнительной информации и эмпирических констант.